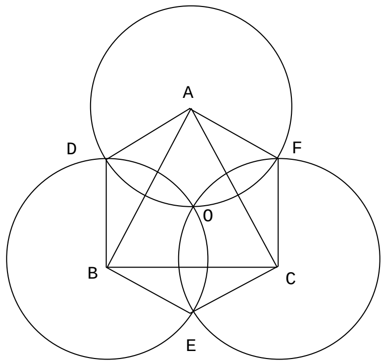
【問題１】



　この問題は重なった三つの円の面積の問題と思います。
Ａを中心とする円を円Ａ、Ｂを中心とする円を円Ｂ、Ｃを中心とする円を円Ｃとする。三つの円は△ＡＢＣの中心で交わり、この交点をＯとする。三つの円はそれぞれＯ以外の交点を持っている。それぞれ、
円Ａと円Ｂのもう一つの交点をＤ、
円Ｂと円Ｃのもう一つの交点をＥ、
円Ｃと円Ｄのもう一つの交点をＦとすると、
多角形ＡＤＢＥＣＦは一辺の長さが２の正六角形になる。この六角形の面積は、

$$6\sqrt{3}$$

　である。
　求める図形はそれぞれの円からこの六角形と重なる部分である 120 度の扇型を除いた部分を合わせたものになる。扇型を除いた 1 つの円の面積は

$$\frac{2}{3}\pi 2^2 \quad = \quad \frac{8\pi}{3}$$

　となり、
求める面積はこの面積の 3 倍と六角形との和なので、

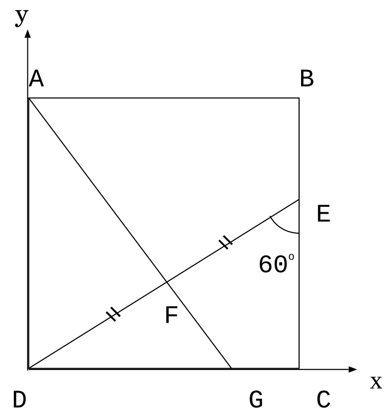
$$答 \quad 3 \times \frac{8\pi}{3} + 6\sqrt{3} = \quad 8\pi + 6\sqrt{3}$$

となる。

【問題２】

　問題を勘違いして解いていたので解答無し。

【問題３】



△ＣＤＥの面積は∠ＥＣＤが直角、∠ＣＥＤは６０°なので$1:2:\sqrt{3}$の直角三角形であり、線分ＣＤの長さ8なので、線分ＣＥは長さ$\frac{8}{\sqrt{3}}$となるので、

$$8 \times \frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{32}{\sqrt{3}}$$

となる。
図をＤを原点、ＤＣをx軸, ＤＡをy軸とする座標系とする。
線ＤＥの方程式は、

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$$

線ＡＧの方程式は,y切片を8、傾きを未知数aとして、

$$y = ax + 8$$

△ＤＦＨと△ＤＥＣは相似比１：２の相似形であることから点Ｆの座標は$(4, \frac{4}{\sqrt{3}})$であり、線ＡＧはここを通るのでこれを方程式に当てはめると、

$$\begin{aligned}\frac{4}{\sqrt{3}} &= 4a + 8 \\ a &= \frac{1 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

となり、線ＡＧの方程式は

$$y = \frac{1 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}x + 8$$

となる。これに、$y = 0$とすると

$$\begin{aligned}0 &= \frac{1 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}x + 8 \\ x &= \frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 1}\end{aligned}$$

　となり、したがって線分ＤＧの長さは、

$$\frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1}$$

となる。△ＤＧＦの底辺は線分ＤＧであり、高さは点Ｆの y 座標に等しい。したがってその面積は、

$$\frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-1} \times \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{16}{2\sqrt{3}-1}$$

である。問題の面積は△ＣＤＥと△ＤＧＦの差に等しいので、

$$\text{答}\quad \frac{32}{sqrt3} - \frac{16}{2\sqrt{3}-1} = \frac{256\sqrt{3}+48}{33}$$

となる。
　終わり。

感想

　昨日、初めてこのサイトを閲覧し、勝手が分からないにも関わらず解答を出してみる事にしました。失礼があるかもしれませんがよろしくお願いします。問題１は先に解答があった、代表取締役さんのような解釈をしませんでした、問題の表現に難があったと思います。問題３は幾何の問題を代数的に解いています。代表取締役さんの方が、エレガントですっきりしていますね。証明問題ではないので見やすさも考慮に入れて、途中の細かい証明は端折っています。形式に添って答を書くのは高校以来なので、誤った表現もあるかと思います。お許しください。